

TP Maxima 3

Rappels pour tuto:

http://faccanoni.univ-tln.fr/user/enseignements/2012.2013_MaximaTP.pdf

<http://maxima.sourceforge.net/documentation.html>

Pensez à utiliser la commande **apropos** et la commande **describe** en cas d'oubli:

describe("fullratsimp")

Exercice 1

Etudier la fonction suivante sur l'intervalle $[-3, 3]$:

$$f(x) = \sin^2(x) \cos(x)x^2.$$

Rendre l'information du tableau de variation incluant les évaluations des extrema (exactes ou approchées).

Exercice 2

Combien y-a-t-il de puissance de 7 dans la décomposition de 228!? Décrire la méthode que vous utiliseriez pour obtenir ce résultat sans machine.

Exercice 3

1. Trouver une primitive de la fonction

$$f(x) = (1 + x^{20}) \cos(x).$$

2. Trouver une valeur approchée à 10^{-8} près de

$$\int_0^1 f(x)dx.$$

3. Trouver une valeur approchée à 10^{-20} près de

$$\int_0^1 f(x)dx.$$

4. Que constatez-vous? Pouvez vous l'expliquer?

Exercice 4

1. Définir la fonction

$$h(x) = \int_0^x \sin^2(t) \cos(t) dt.$$

2. Produire le graphe de h sur $[0, 10]$ et relever graphiquement une valeur maximale de h sur cet intervalle.
3. Trouver la commande Maxima qui permet d'évaluer ce maximum.
4. Justifier Mathématiquement la valeur de ce maximum.

Exercice 5

A l'aide de la commande block construire la fonction g définie par

$$g(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 + 1} & \text{si } x < 0 \\ \sqrt{x} & \text{si } 0 \leq x < 1 \\ x^3 + 1 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Exercice 6

Donner la valeur de u_{21} où la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est définie par

$$u_{n+1} = \frac{1}{u_n + 1}, \quad n \geq 0; \quad u_0 = 2.$$

Exercice 7

La méthode Monte-Carlo.

Cette exercice vise à s'initier aux méthodes probabilistes pour calculer une approximation. On tire au hasard deux nombres réels x et y compris entre 0 et 1. On considère le point de coordonnées (x, y) dans un repère orthonormé $(0, \vec{i}, \vec{j})$. Ce point appartient à un carré de côté 1.

1. Quel est ce carré?
2. On note \mathcal{D} le disque inscrit dans ce carré. Quelle est sa surface?
3. Soit $M(x, y)$ un point de \mathcal{D} . Que peut-on dire de la quantité $(x - \frac{1}{2})^2 + (y - \frac{1}{2})^2$?
4. Si on tire au hasard deux nombres réels x et y compris entre 0 et 1, pourquoi la probabilité que $M(x, y)$ appartienne à \mathcal{D} est égale à $\frac{\pi}{4}$?
5. Sous Maxima, construire une fonction "montecarlo" qui dépend d'un argument entier n et qui effectue n tirages au sort de x et y dans $[0, 1]$ pour calculer le rapport entre le nombre de points $M(x, y)$ appartenant au disque et n (le nombre de points tirés).
6. Evaluer ensuite plusieurs fois montecarlo(1000), puis montecarlo(10000), montecarlo(100000). Vous trouvez une approximation de quel nombre?
7. Comment semble se comporter l'erreur de l'approximation de ce nombre en fonction de n ?